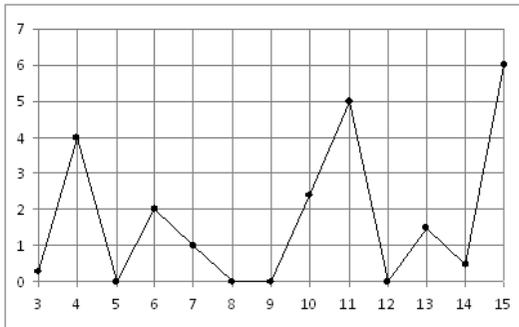


Часть 1

1. Бегун пробежал 180 метров за 20 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна. Ответ дайте в километрах в час.

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа впервые выпало 5 миллиметров осадков.

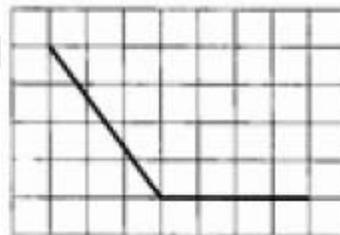


3. Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата (за месяц)	Плата за 1 минуту разговора
Повременный	нет	0,3 руб.
Комбинированный	160 руб. за 420 минут	0,2 руб. (сверх 420 минут)
Безлимитный	255 руб.	нет

Абонент предполагает, что общая длительность разговоров составит 700 минут в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей должен будет заплатить абонент за месяц, если общая длительность разговоров действительно будет равна 700 минутам?

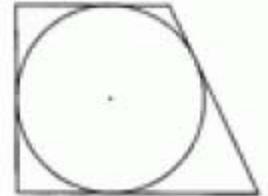
4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1x1 изображен угол. Найдите синус этого угла



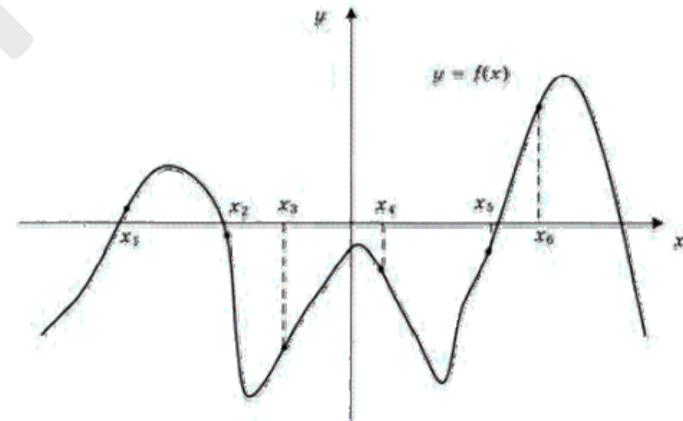
5. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

6. Найдите корень уравнения: $36^{x-5} = \frac{1}{6}$

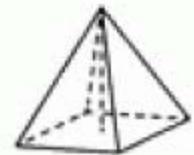
7. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 32, ее большая боковая сторона равна 9. Найдите радиус окружности.



8. На рисунке изображён график функции и шесть точек на оси абсцисс: . В скольких из этих точек производная функции отрицательна?



9. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 3, боковое ребро равно 5. Найдите ее объем.



Часть 2

10. Вычислите: $\frac{\sqrt[28]{3} \cdot 3 \cdot \sqrt[2]{3}}{\sqrt[12]{3}}$.

11. Водолазный колокол, содержащий $\nu = 2$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1,75$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где —

$\alpha = 13,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ постоянная, — $T = 300\text{К}$ температура воздуха. Найдите, какое давление (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 15960 Дж.

12. Через среднюю линию основания треугольной призмы, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы равна 37.



13. Смешав 43-процентный и 89-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 69-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 73-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 43-процентного раствора использовали для получения смеси?

14. Найдите наибольшее значение функции $y = 33x - 30 \sin x + 29$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

15. а) Решите уравнение $2 \cos^3 x - \cos^2 x + 2 \cos x - 1 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

Ответ: а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{7\pi}{3}$

16. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны 5. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB=3$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

а) Докажите, что $A_1 P : P B_1 = 1 : 2$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$
 б) Найдите объем большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью α

Ответ: $\frac{1075}{9}$

16.2 Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 4. На стороне BB_1 отмечена точка K так, что $BK=3$. Плоскость α проходит через точки C_1 и K и параллельна прямой BD_1 . Плоскость α пересекает ребро $A_1 B_1$ в точке P .

а) Докажите, что $A_1 P : P B_1 = 2 : 1$
 б) Найдите угол наклона плоскости α к грани $BB_1 C_1$

Ответ: $\arctg \frac{\sqrt{17}}{3}$

17. Решите неравенство:

$$\log_2^2(4 + 3x - x^2) + 7 \log_{0,5}(4 + 3x - x^2) + 10 > 0$$

Ответ: $(-1; 0); (3; 4)$

18. К окружности, вписанной в квадрат $ABCD$, проведена касательная, пересекающая стороны AB и AD в точках M и N соответственно.

а) Докажите, что периметр треугольника AMN равен стороне квадрата.
 б) Прямая MN пересекает прямую CD в точке P . В каком отношении делит сторону BC прямая, проходящая через точку P и центр окружности, если $AM : MB = 1 : 2$?

Ответ: 1:2.

18.2 Дана равнобедренная трапеция ABCD с основаниями BC и AD. На стороне AB как на диаметре построена окружность с центром в точке O, касающаяся стороны CD и повторно пересекающая основание AD в точке H. Точка Q – середина стороны CD.

а) Докажите, что OQDH – параллелограмм.

б) Найдите AD, если $\angle BAD = 60^\circ$, BC=2.

Ответ: $14 + 8\sqrt{3}$.

19. Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $2t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $5t$ единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей. Владимиру нужно каждую неделю производить 580 единиц товара. Какую наименьшую сумму придется тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

Ответ: 5800000

20. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy - 4y + 2x + 4)\sqrt{x+4}}{\sqrt{5-y}} = 0 \\ a = x + y \end{cases}$$

имеет единственное решение

Ответ: $(-\infty; -6]; \{2\}; [8; \infty)$

21. На доске написали несколько не обязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 2970. В каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 16 заменили на число 61)

а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 3 раза меньше, сумма исходных чисел.

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 5 раз меньше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наименьшее возможное значение суммы получившихся чисел

Ответ: а) например, 32 раза число 92 и число 26; б) нет; в) 693